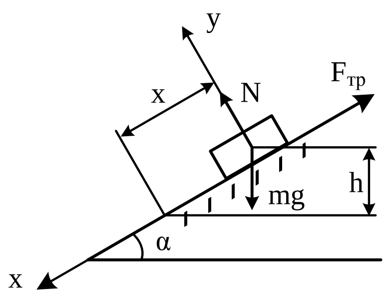
ЗАДАНИЕ Д1-1

Дано: $\alpha = 30°$, $v_0 = 0$, $h = 10$ м, $f = 0{,}1$

Найти: t

РЕШЕНИЕ:



Запишем дифференциальные уравнения движения в проекции на оси координат:

$$m\ddot{x} = mg\sin\alpha - F_{TP} \qquad (1)$$

$$m\ddot{y} = N - mg\cos\alpha \qquad (2)$$

Так как тело относительно оси y не движется, то $\ddot{y} = 0$ и из уравнения (2) найдем $N = mg\cos\alpha$

Сила трения $F_{TP} = fN = fmg\cos\alpha$

Уравнение (1) принимает вид:

$$m\ddot{x} = mg\sin\alpha - fmg\cos\alpha$$

$$\ddot{x} = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)$$

Так как $\ddot{x} = \dfrac{d\dot{x}}{dt}$, то можно записать

$$d\dot{x} = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)dt$$

Интегрируем

$$\int d\dot{x} = \int g(\sin\alpha - f\cos\alpha)dt$$

$$\dot{x} = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)t + C_1 \qquad (4)$$

Так как $\dot{x} = \dfrac{dx}{dt}$, то можно записать

$$dx = (g(\sin\alpha - f\cos\alpha)t + C_1)dt$$

Интегрируем

$$\int dx = \int (g(\sin\alpha - f\cos\alpha)t + C_1)dt$$

$$x = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)\frac{t^2}{2} + C_1 t + C_2 \qquad (5)$$

Постоянные интегрирования найдем из начальных условий: при $t_0 = 0$ $\dot{x}_0 = v_0 = 0$ и $x_0 = 0$, значит из уравнений (4) и (5) найдем $C_1 = 0$ и $C_2 = 0$.

Тогда уравнение (5) принимает вид

$$x = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)\frac{t^2}{2}$$

Откуда, учитывая, что $x = \dfrac{h}{\sin\alpha}$, найдем

$$t = \sqrt{\frac{2\dfrac{h}{\sin\alpha}}{g(\sin\alpha - f\cos\alpha)}} = \sqrt{\frac{2\dfrac{10}{0{,}5}}{9{,}8(0{,}5 - 0{,}1\cdot 0{,}866)}} \approx 3{,}14 \text{ с}$$

Ответ: $t \approx 3{,}14$ с